

III 1974

0

7

6

ТУ 19-32-73

6

1

ДИА  ИЛЬМ

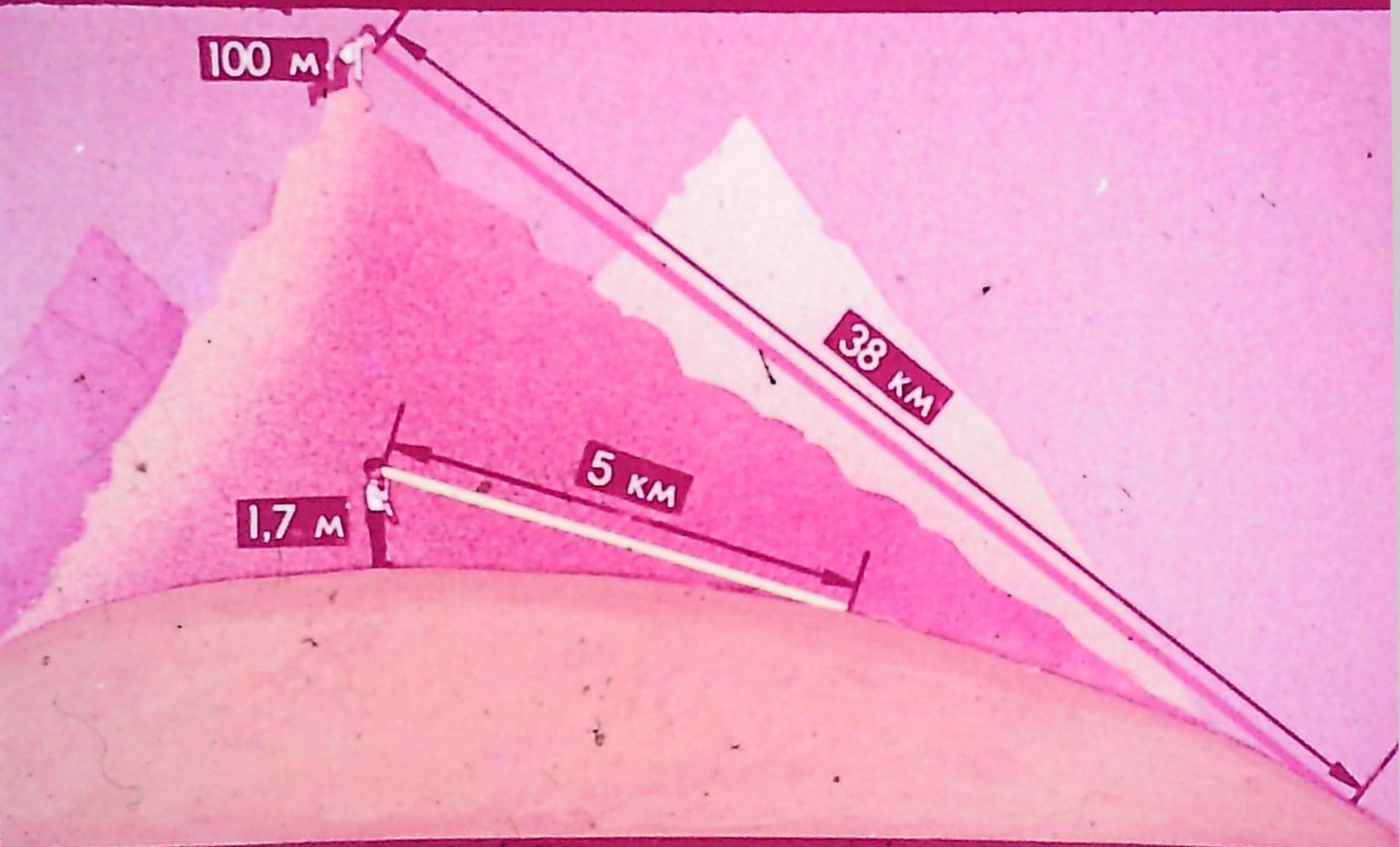
07-3-151

По заказу Министерства просвещения РСФСР

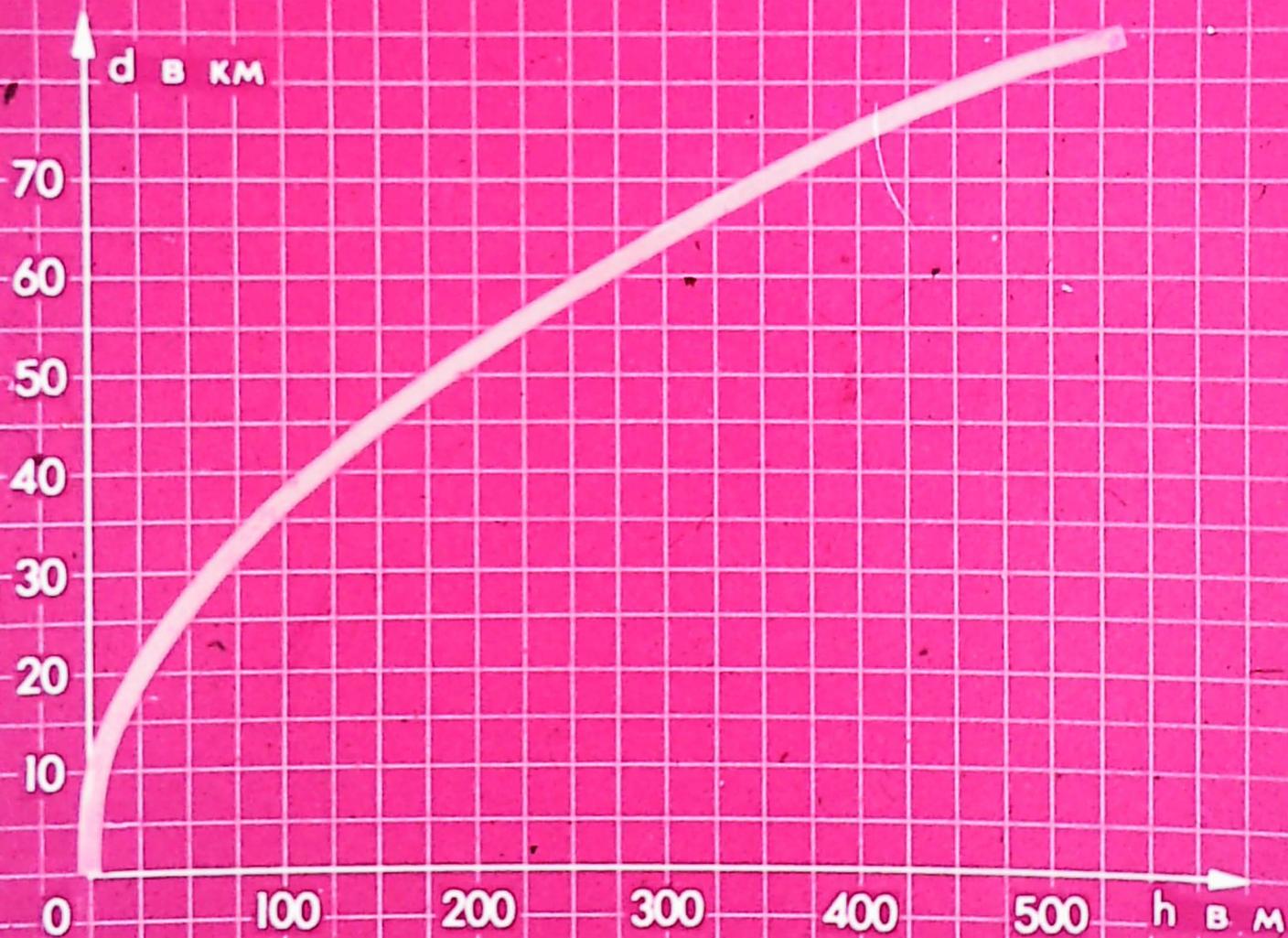
СТЕПЕННАЯ ФУНКЦИЯ С РАЦИОНАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

Диафильм по математике для старших классов

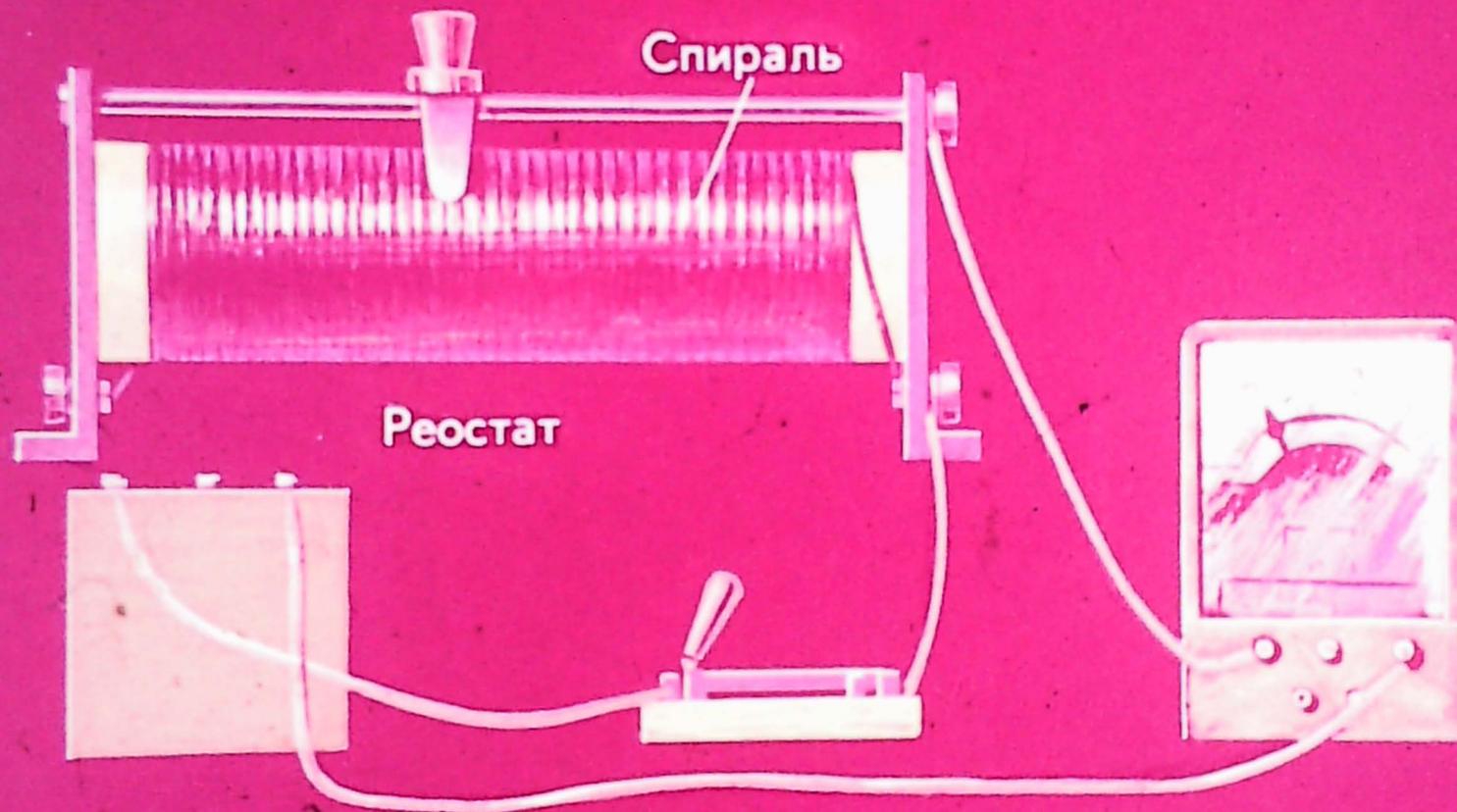
**ОПРЕДЕЛЕНИЕ
СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ
С РАЦИОНАЛЬНЫМ
ПОКАЗАТЕЛЕМ**



Дальность d (в км) горизонта от наблюдателя зависит от высоты h (в м) глаза наблюдателя над уровнем местности. Эта зависимость выражается формулой: $d=3,8 h^{\frac{1}{2}}$.

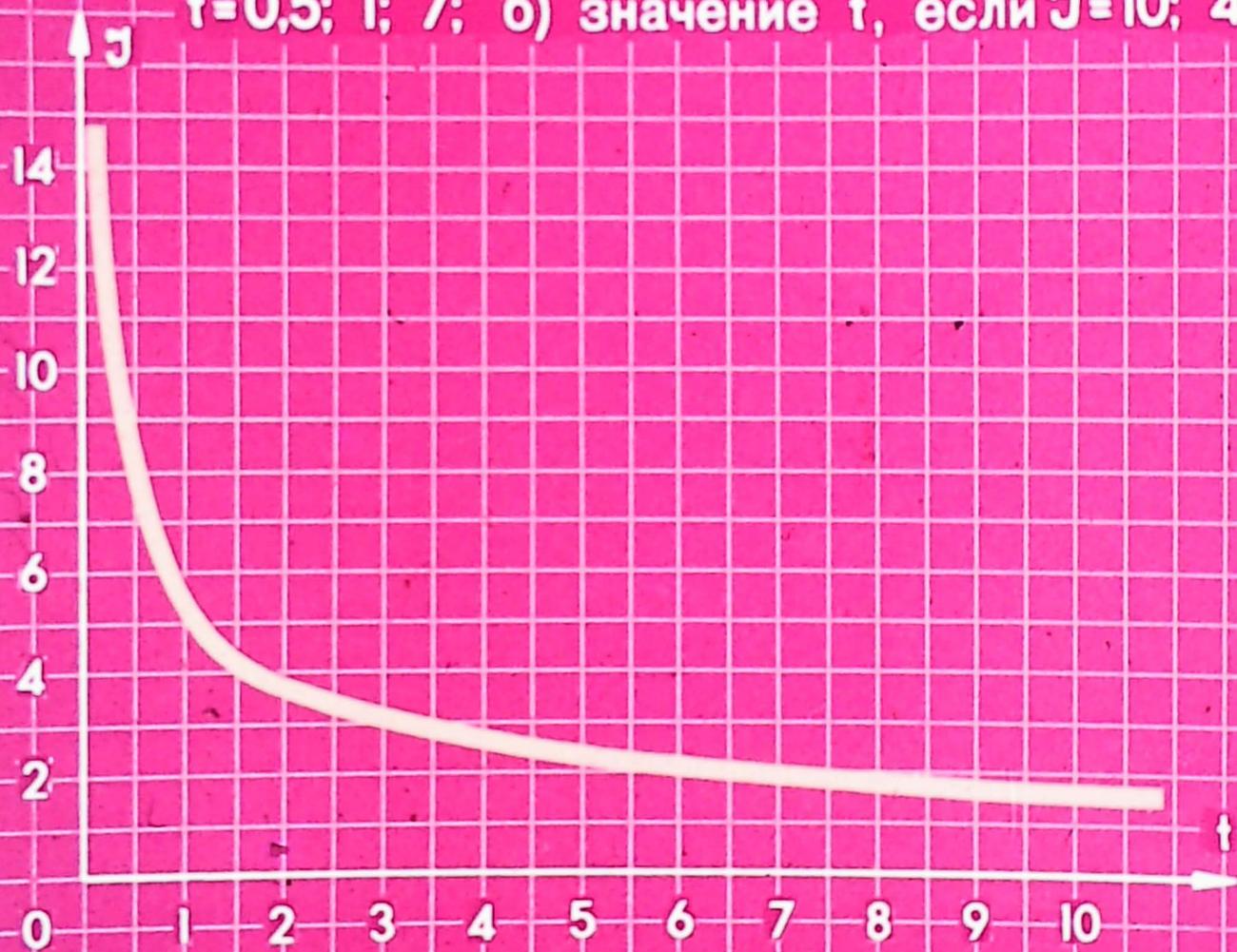


Вот график этой зависимости. Найдите d , если $h=25$; 100; 400. Найдите h , если $d=40$; 60; 80.



По проводнику с сопротивлением 100 ом пропускается в течение t сек. электрический ток силой I ампер. Проводник нагревается. Выделившаяся теплота равна 600 кал. Зависимость между I и t выражается формулой: $I = 5 t^2$.

Найдите по графику: а) значение \mathcal{J} , если $t=0,5; 1; 7$; б) значение t , если $\mathcal{J}=10; 4; 2$.

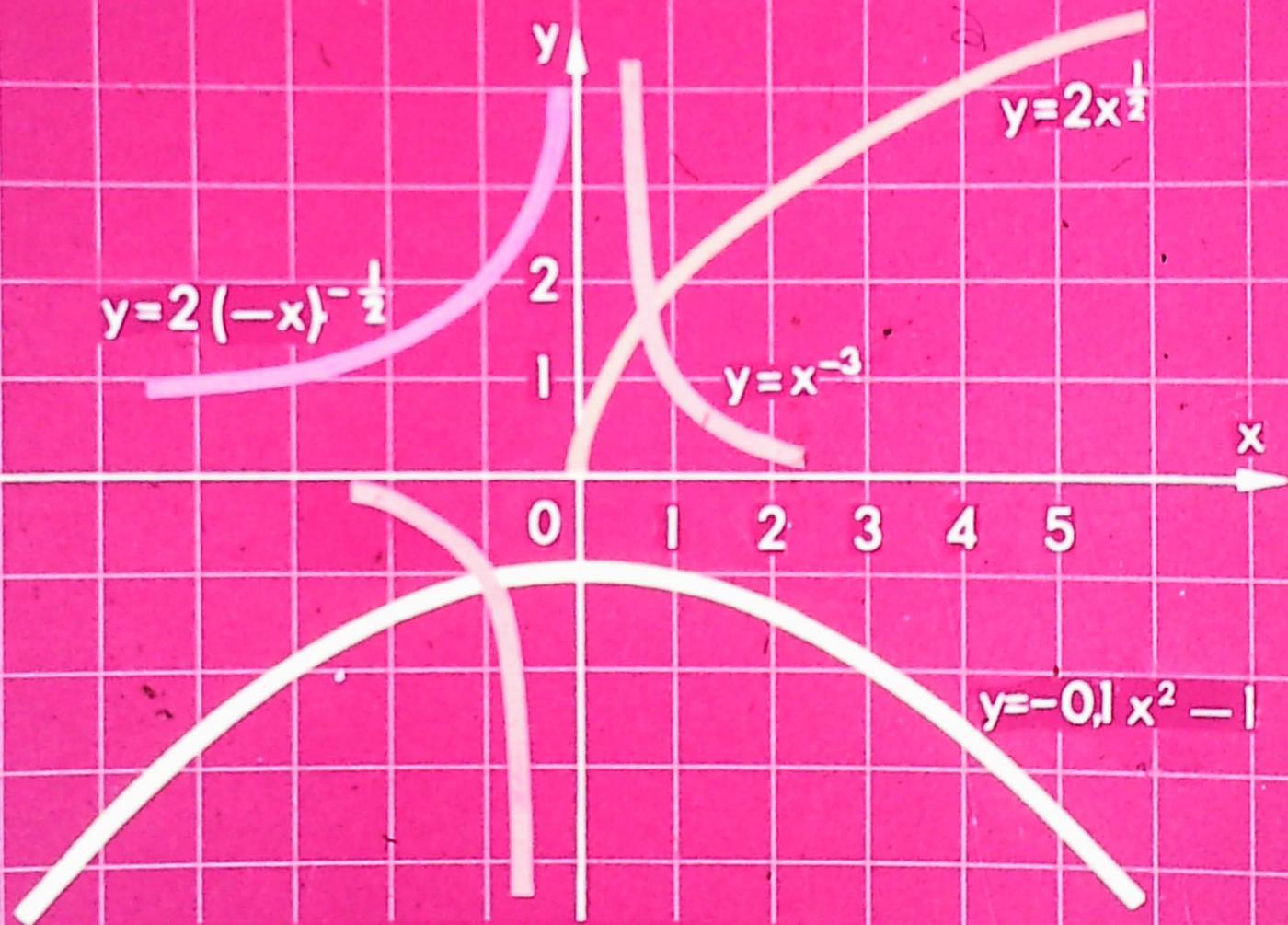


В рассмотренных примерах зависимости между величинами d и h , \mathcal{J} и t выражаются уравнением вида $y = ax^r$.

Функция, которую можно задать уравнением вида $y = ax^r$, где a и r — заданные числа, причём r — рациональное, а x и y — переменные, называется степенной с рациональным показателем.

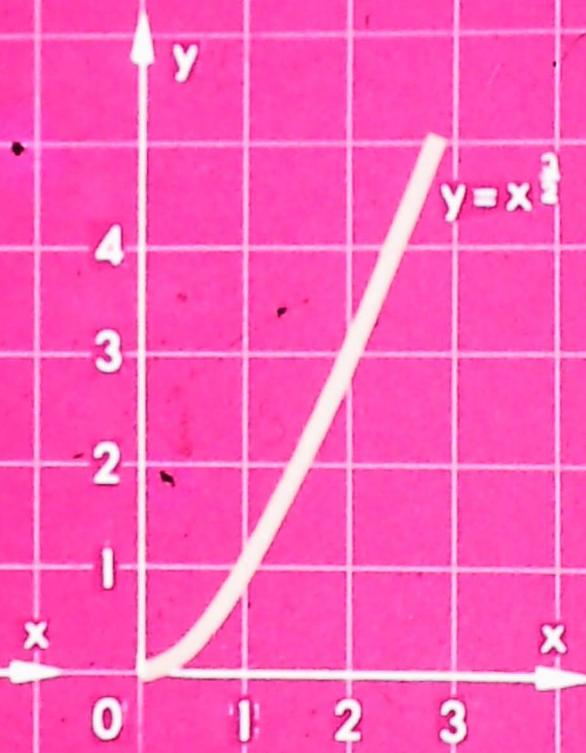
Какова область определения функции (найдите множество значений переменной x), заданной уравнением: а) $y=x^{\frac{1}{3}}$; б) $y=x^{-\frac{1}{3}}$.



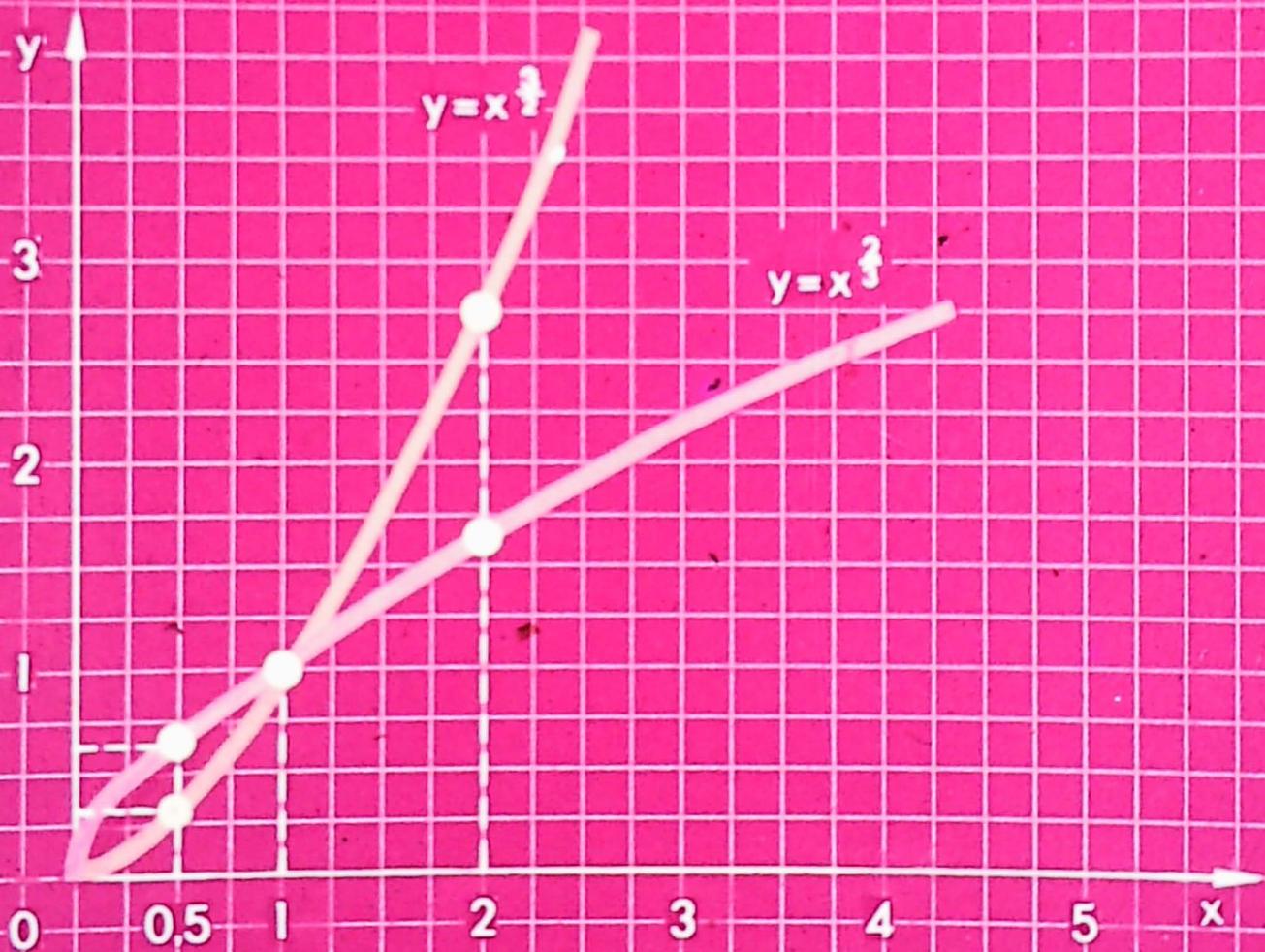


Какие из функций, графики которых вы видите, степенные? Найдите область определения каждой степенной функции.

**СВОЙСТВА
СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ
С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМ
РАЦИОНАЛЬНЫМ
ПОКАЗАТЕЛЕМ**



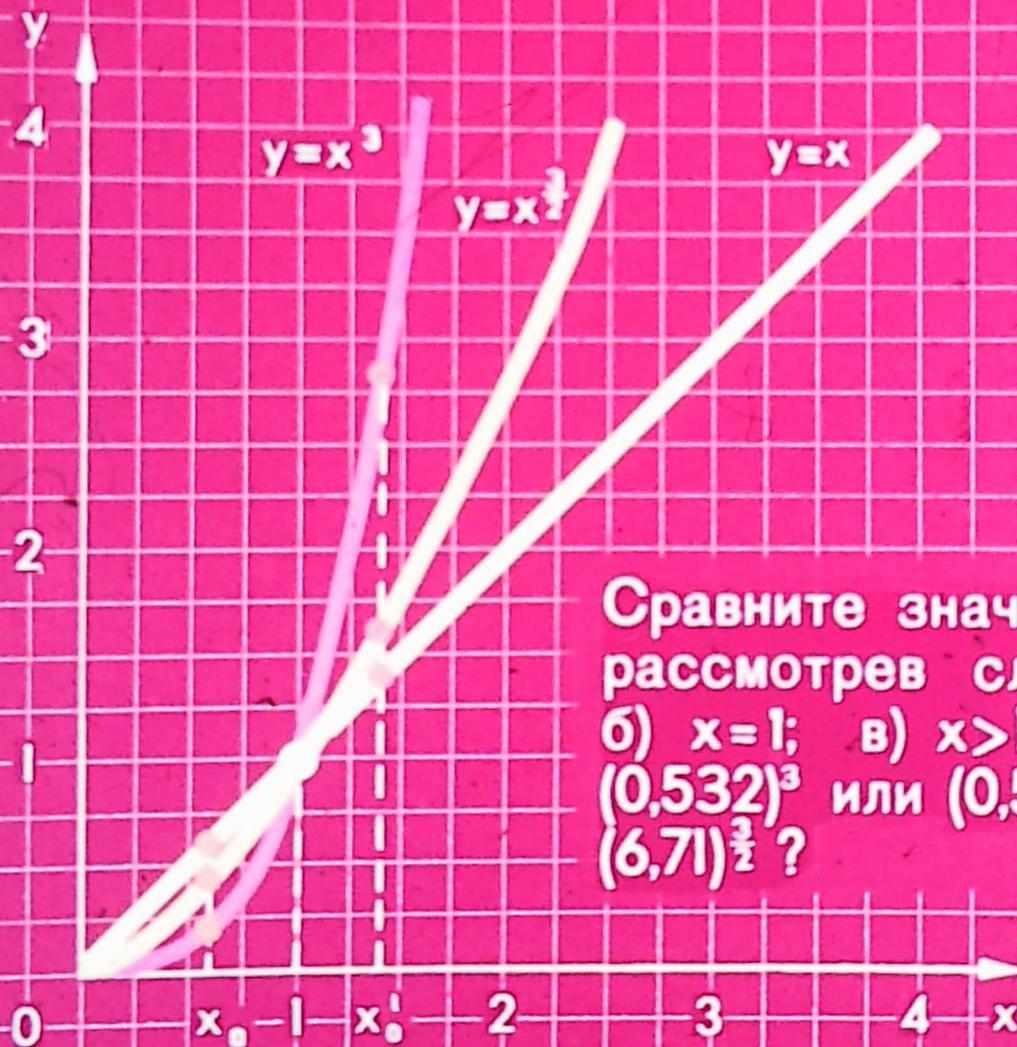
Рассмотрим свойства степенных функций $y = x^{\frac{2}{3}}$ и $y = x^{\frac{3}{2}}$ (при $\alpha = 1$ и $r > 0$). Каждая функция определена на множестве неотрицательных чисел. При $x = 0$ переменная $y = 0$, при $x > 0$ переменная $y > 0$. Каждая функция всюду возрастает.



Найдите значения каждой функции при $x=0,5$; 1; 2.

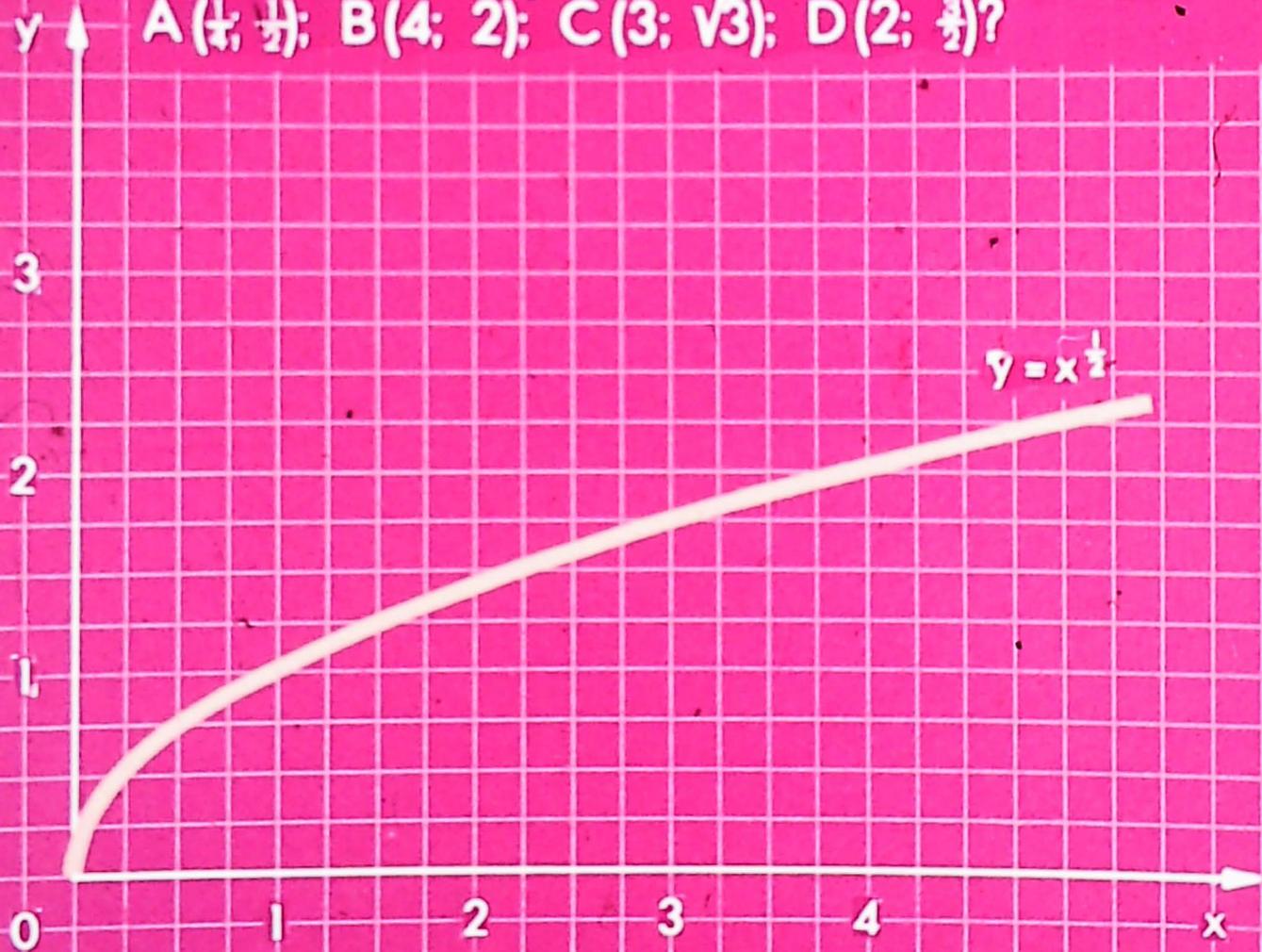


Сравните значения $x^{\frac{1}{3}}$, $x^{\frac{1}{2}}$ и x , рассмотрев случаи:
 а) $0 < x < 1$; б) $x = 1$; в) $x > 1$. Что больше: $(0,247)^{\frac{1}{3}}$ или $(0,247)^{\frac{1}{2}}$; $(8,09)^{\frac{1}{3}}$ или $(8,09)^{\frac{1}{2}}$?



Сравните значения x^3 , $x^{3/2}$ и x , рассмотрев случаи: а) $0 < x < 1$; б) $x = 1$; в) $x > 1$. Что больше: $(0,532)^3$ или $(0,532)^{3/2}$; $(6,71)^3$ или $(6,71)^{3/2}$?

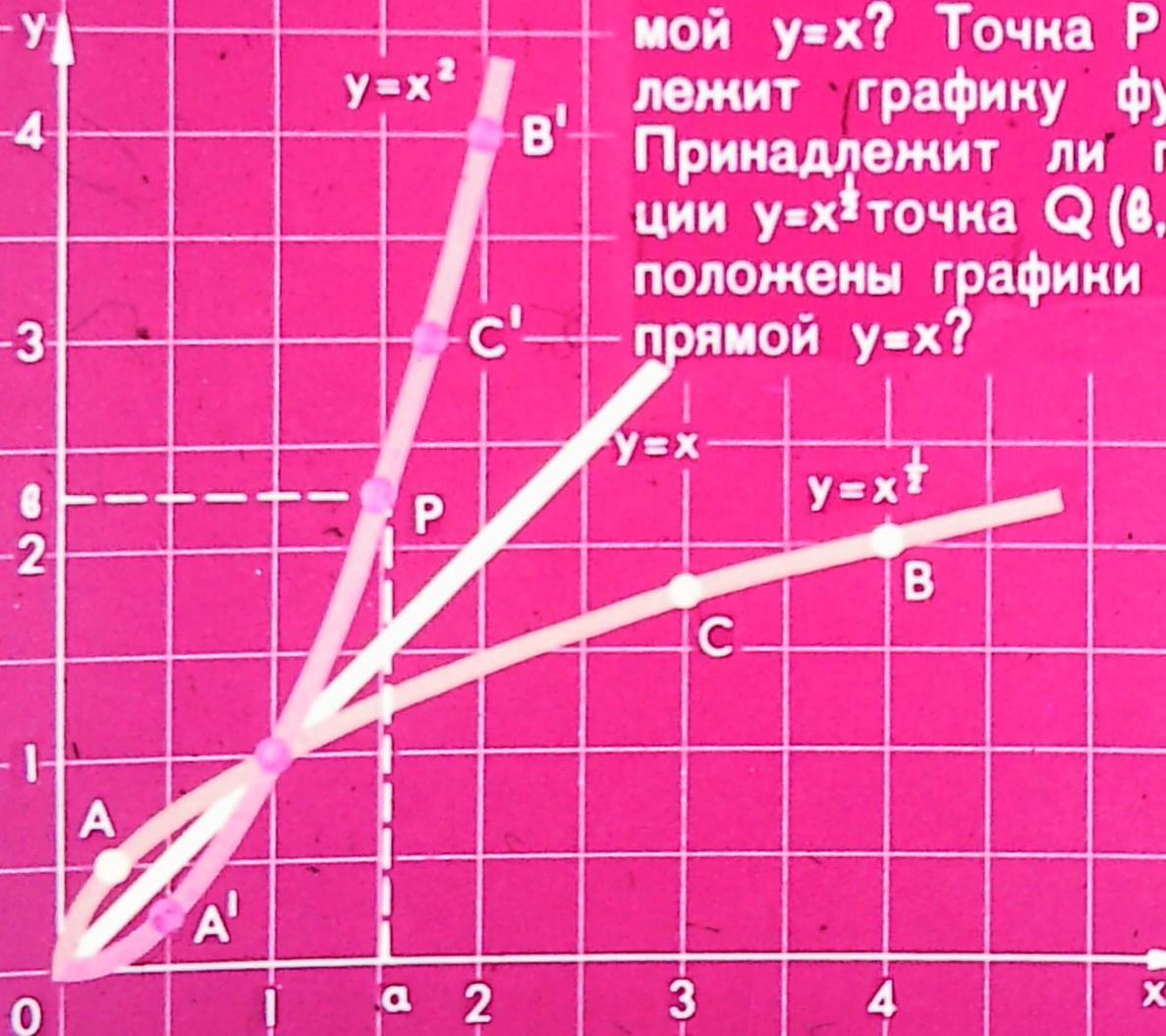
Проходит ли график функции $y=x^{\frac{1}{2}}$ через точку
A ($\frac{1}{4}; \frac{1}{2}$); B (4; 2); C (3; $\sqrt{3}$); D (2; $\frac{3}{2}$)?

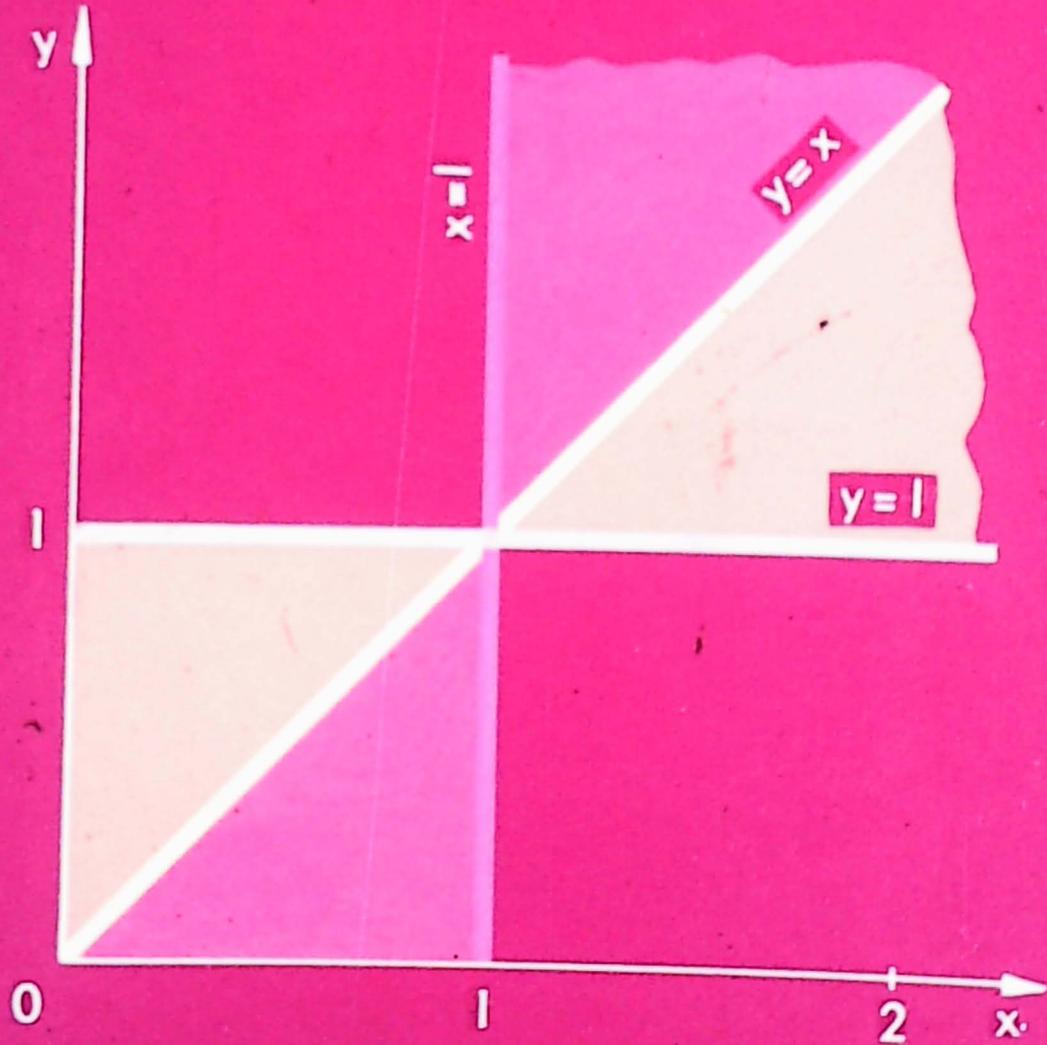




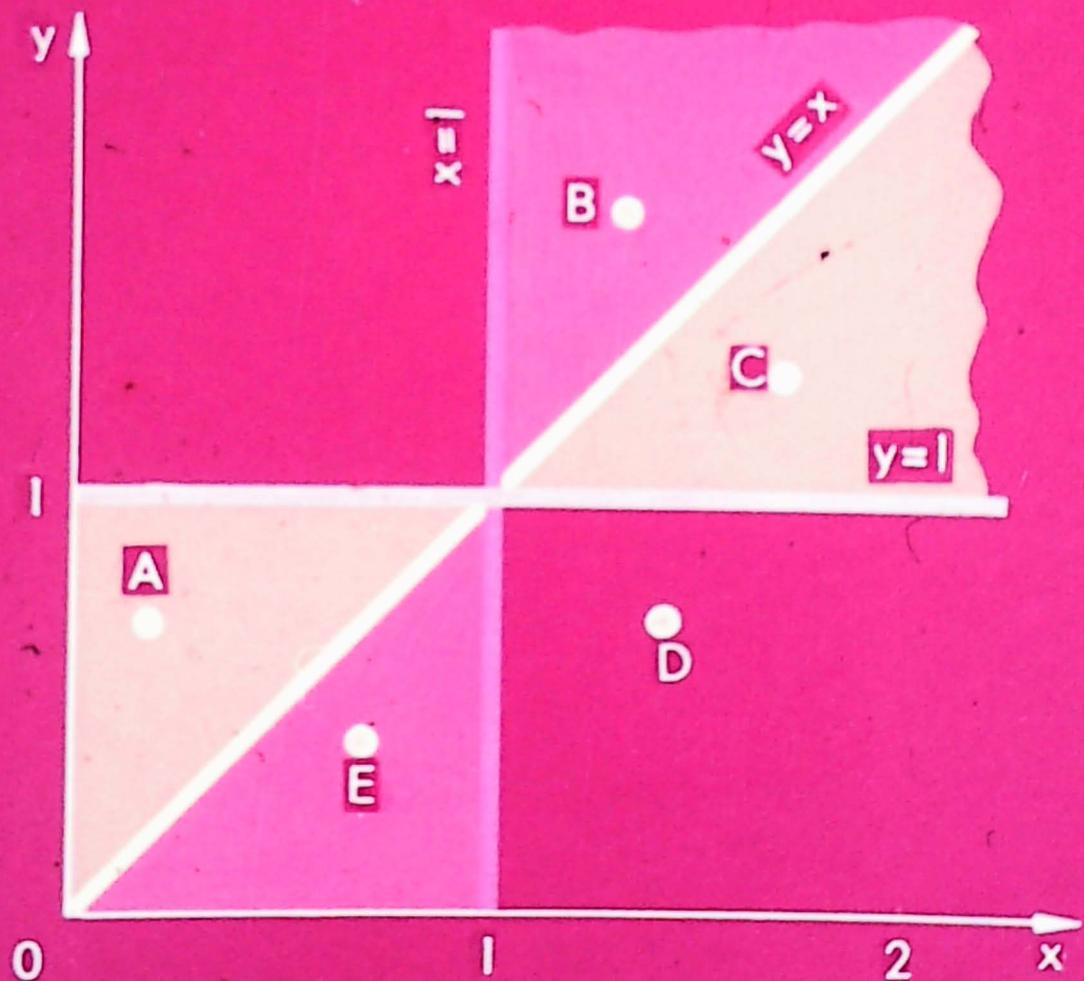
Проходит ли график функции $y = x^2$ через точку $A' (\frac{1}{2}; \frac{1}{4})$; $B' (2; 4)$; $C' (\sqrt{3}; 3)$; $D' (\frac{3}{2}; 2)$?

Как расположены точки A и A' , B и B' , C и C' относительно прямой $y=x$? Точка $P(a, b)$ принадлежит графику функции $y=x^2$. Принадлежит ли графику функции $y=x^{\frac{1}{2}}$ точка $Q(b, a)$? Как расположены графики относительно прямой $y=x$?

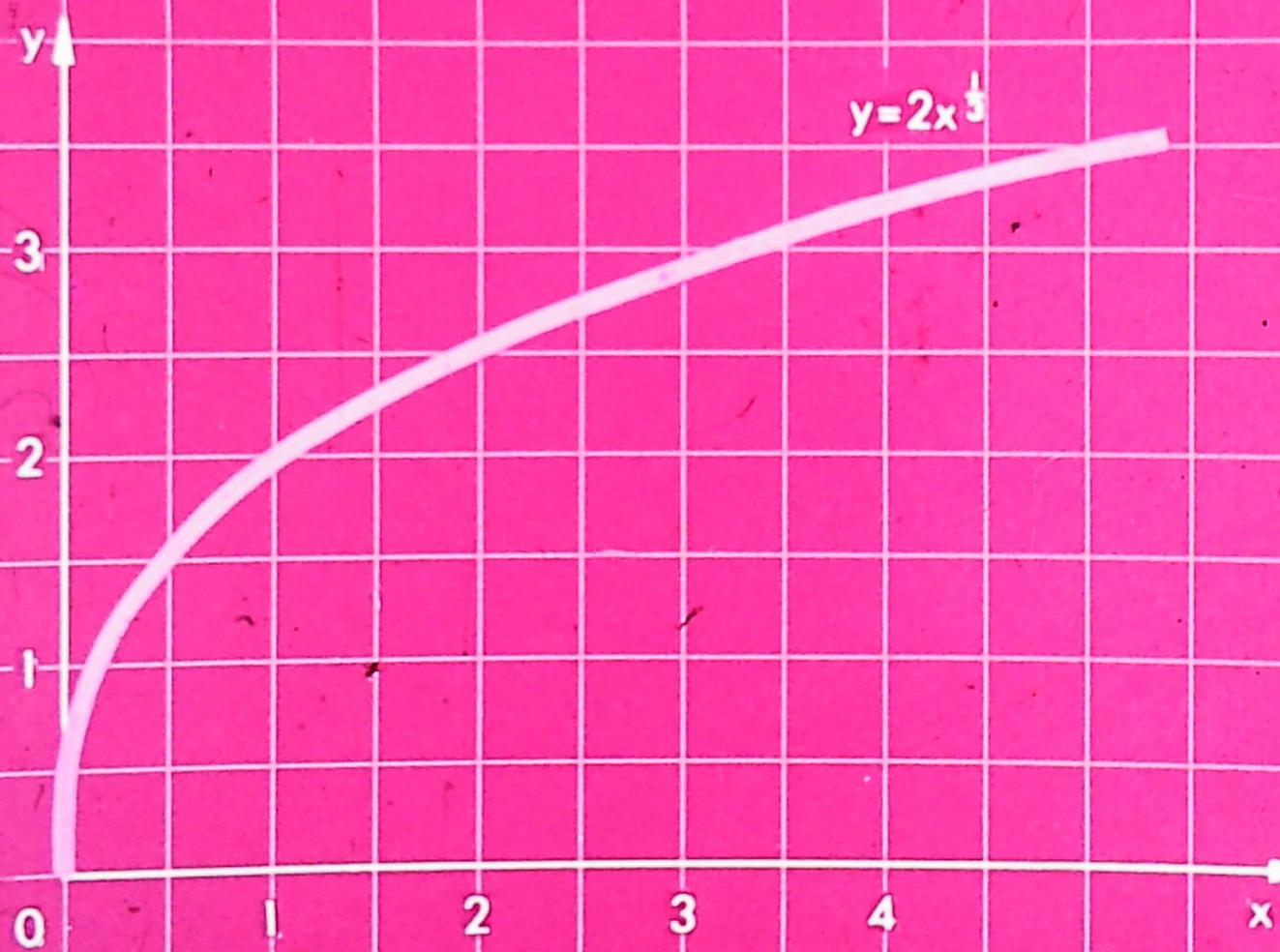




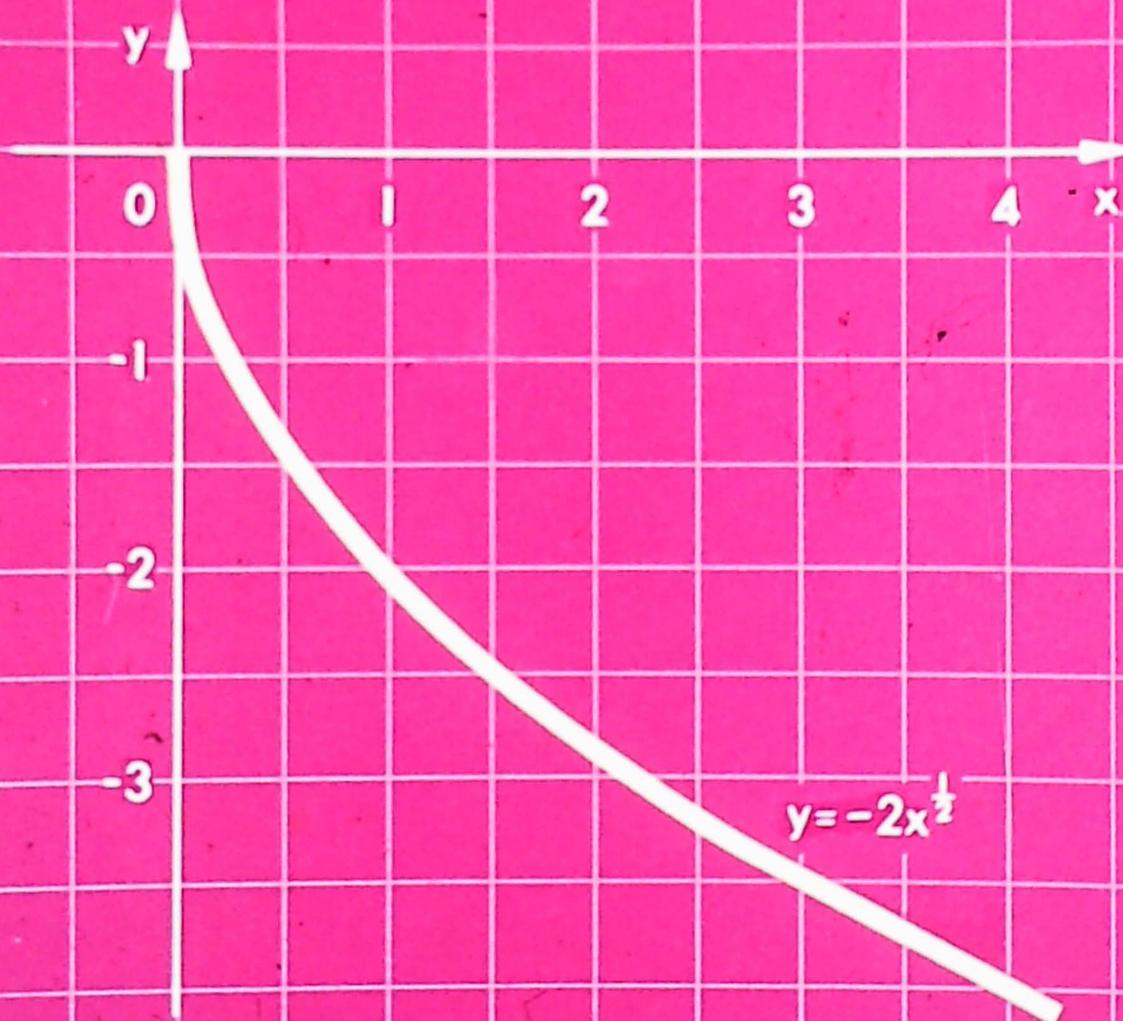
В какой области (красной или зелёной?) расположен график функции $y=x^r$, если: а) $0 < r < 1$; б) $r > 1$?



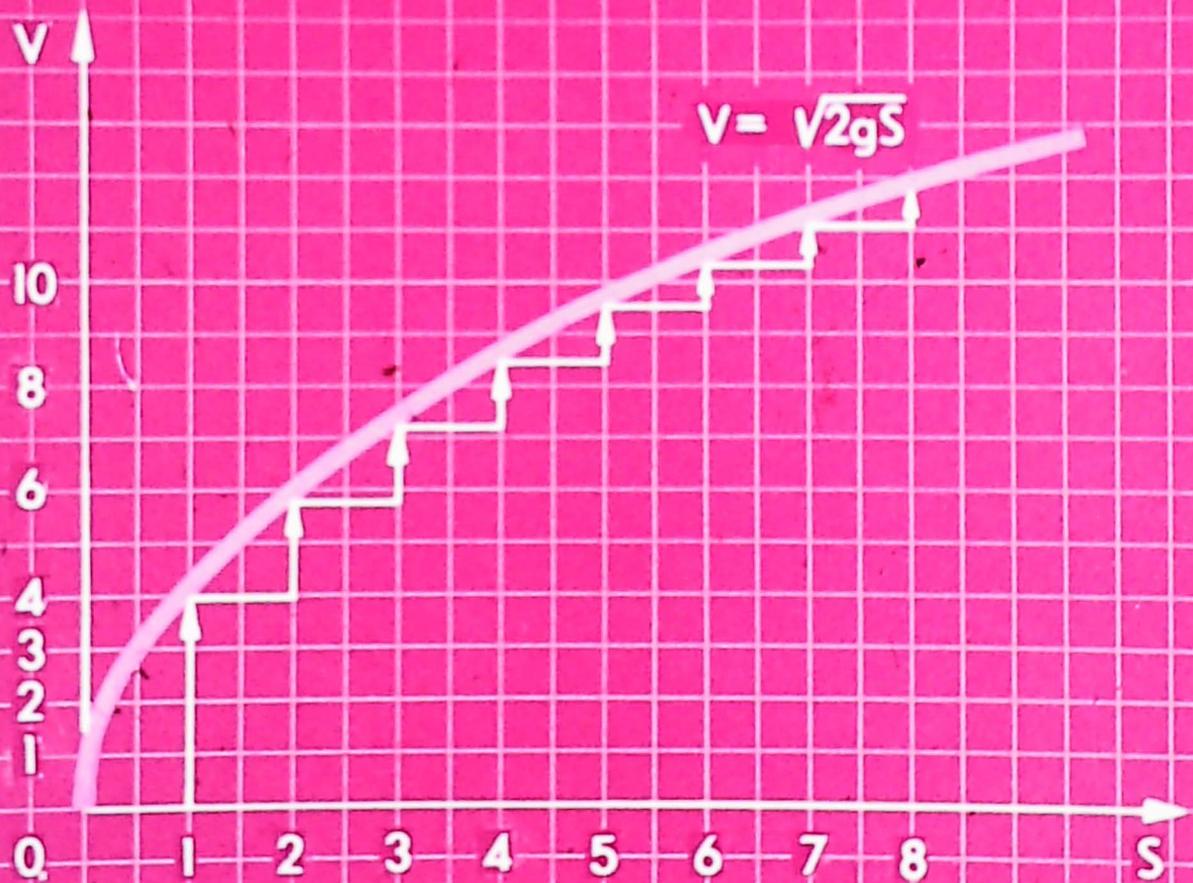
Каким может быть показатель r ($0 < r < 1$ или $r > 1$), если известно, что график функции $y = x^r$ проходит через точку A; B; C; D; E?



Перечислите основные свойства функции $y = 2x^{\frac{1}{3}}$.



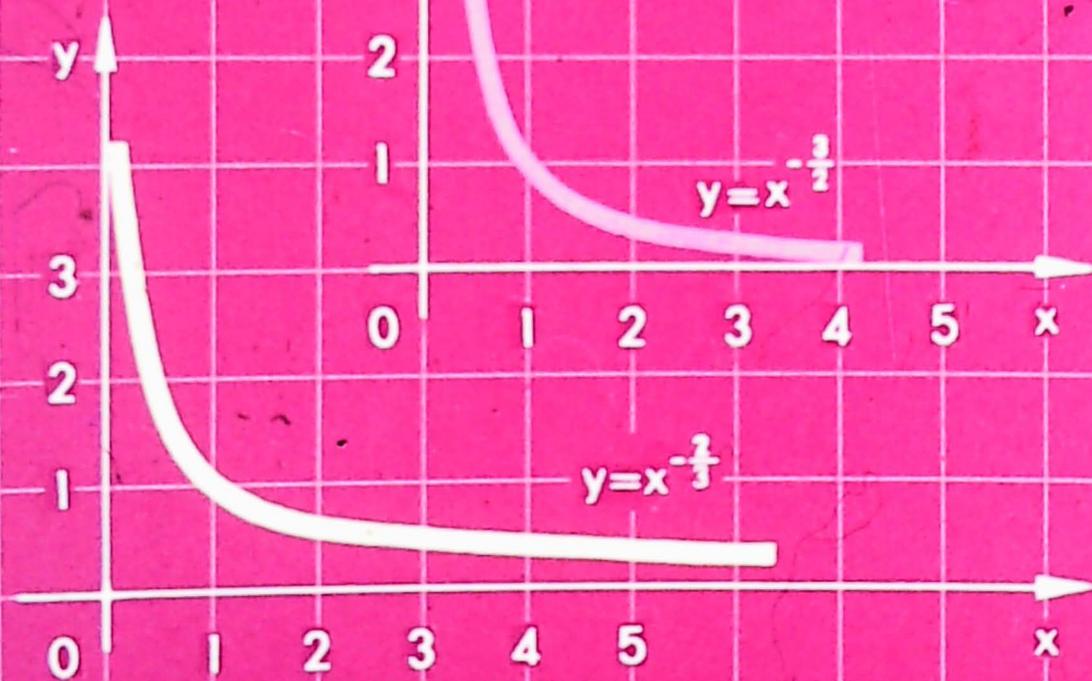
Выясните основные свойства функции $y = -2x^{\frac{1}{2}}$.

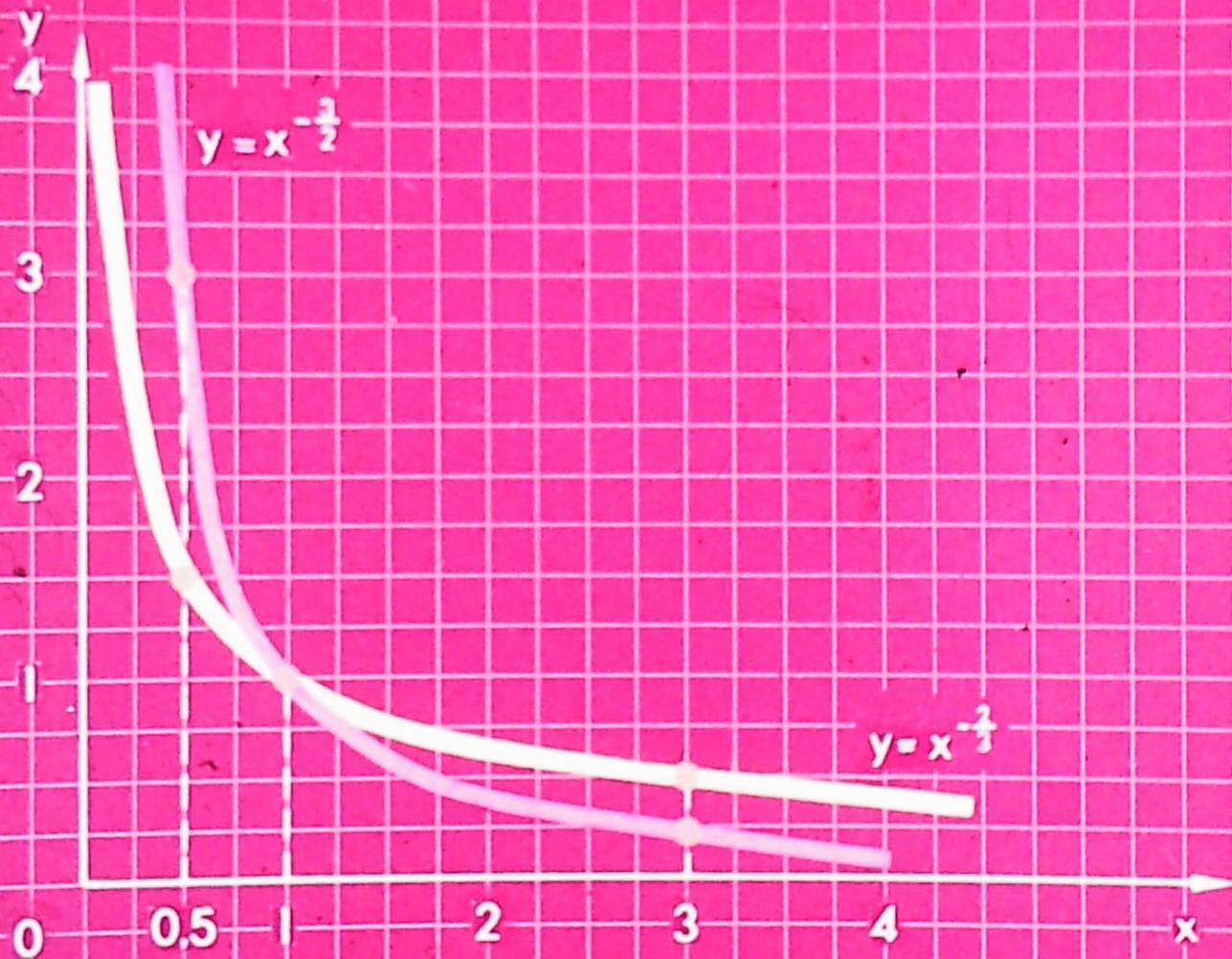


Какую скорость имеет свободно падающее тело после того, как оно с начала падения пролетит 1 м; 2 м; 5 м; 8 м? Накому отрезку пути длиной в 1 м соответствует наибольшее изменение скорости?

**СВОЙСТВА
СТЕПЕННОЙ ФУНКЦИИ
С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ
РАЦИОНАЛЬНЫМ
ПОКАЗАТЕЛЕМ**

Рассмотрим свойства степенной функции $y=x^r$ при $r<0$. Функция определена на множестве положительных чисел. При всех $x>0$ переменная $y>0$. Функция всюду убывает.



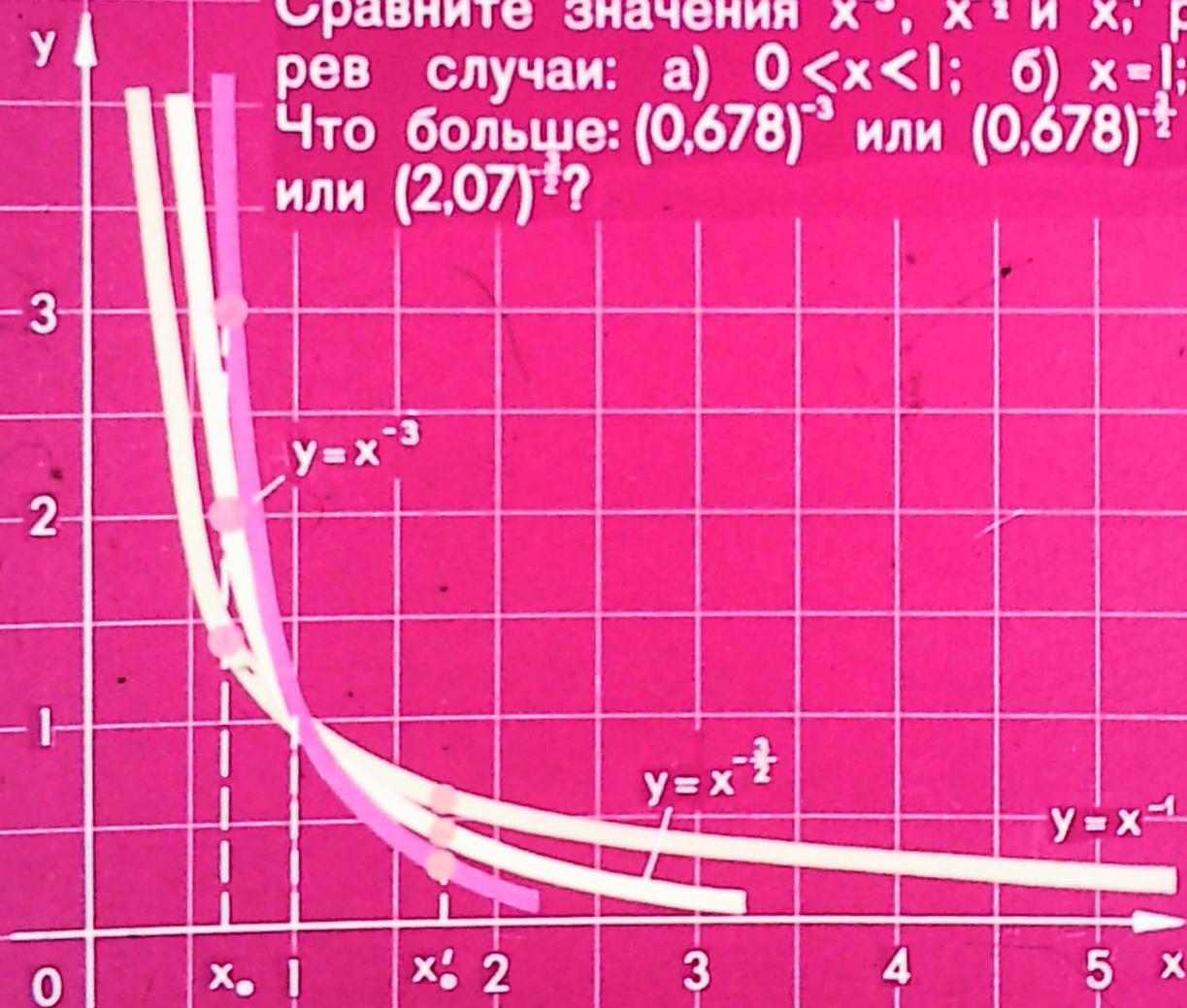


Найдите значение каждой функции при $x=0,5; 1; 3$. 25

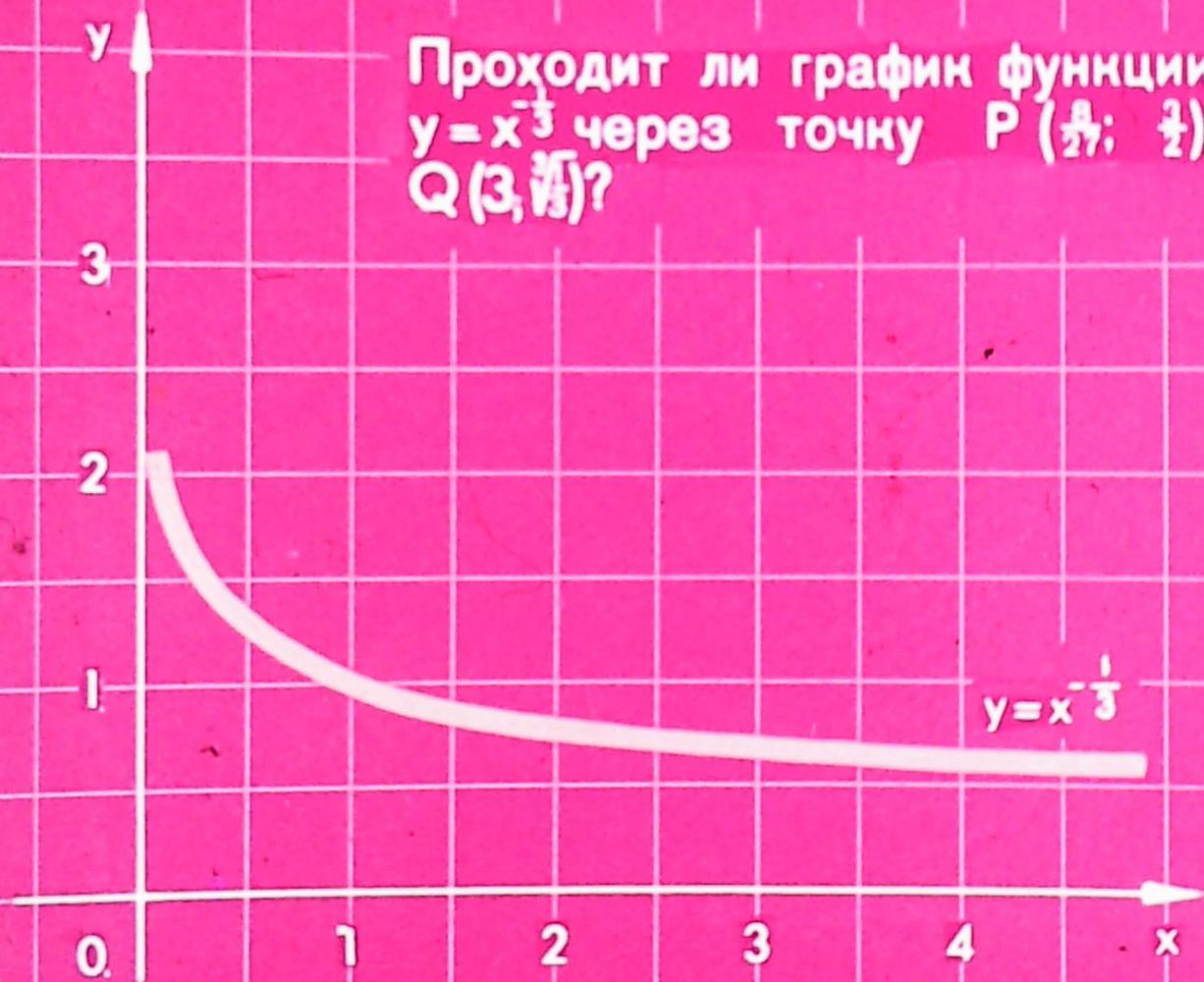
Сравните значения $x^{-\frac{1}{3}}$, $x^{-\frac{1}{2}}$ и x^{-1} , рассмотрев случаи: а) $0 < x < 1$; б) $x = 1$; в) $x > 1$. Что больше: $(0,392)^{-\frac{1}{3}}$ или $(0,392)^{-\frac{1}{2}}$; $(23,01)^{-\frac{1}{3}}$ или $(23,01)^{-\frac{1}{2}}$?



Сравните значения x^{-3} , $x^{-\frac{3}{2}}$ и x^{-1} , рассмотрев случаи: а) $0 < x < 1$; б) $x = 1$; в) $x > 1$.
Что больше: $(0,678)^{-3}$ или $(0,678)^{-\frac{3}{2}}$; $(2,07)^{-3}$ или $(2,07)^{-\frac{3}{2}}$?



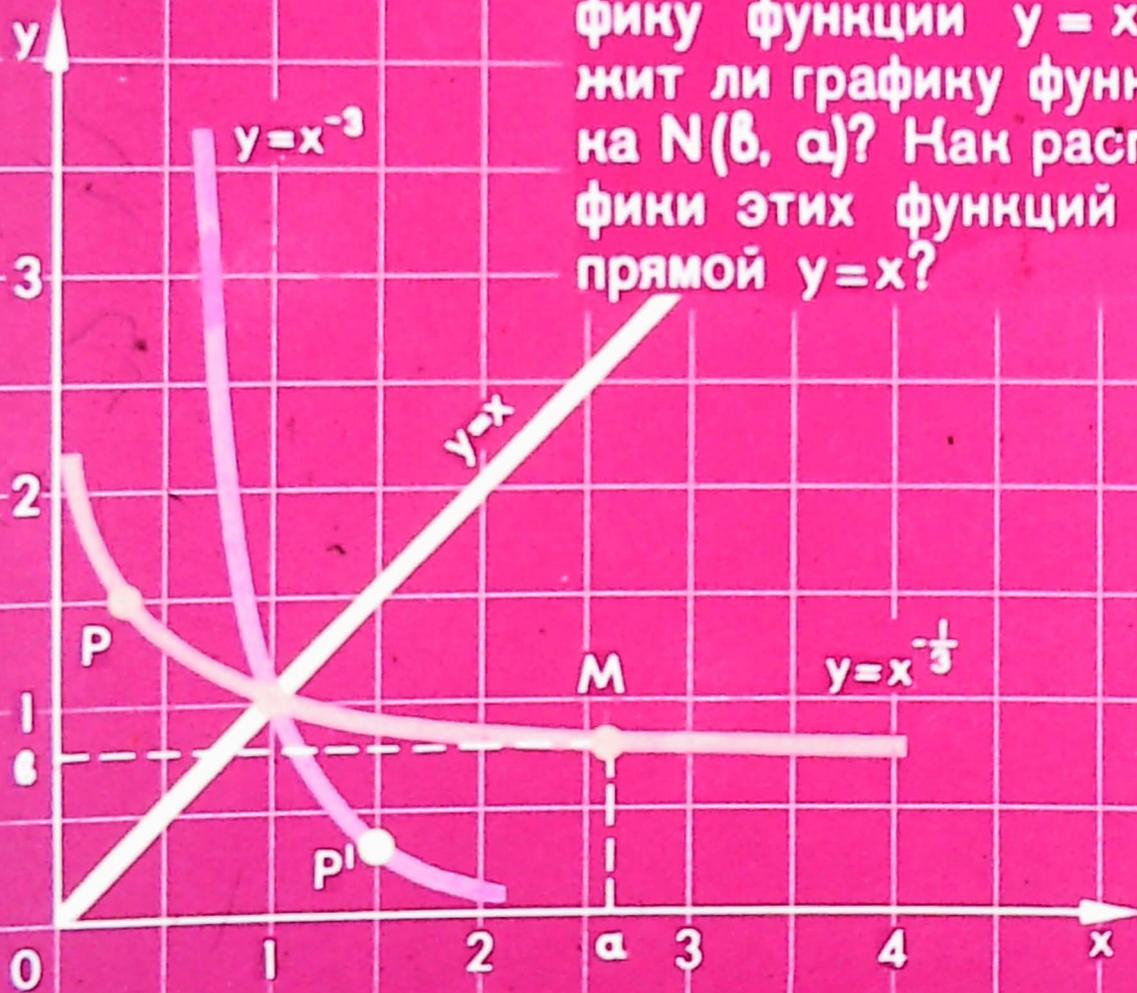
Проходит ли график функции $y = x^{-\frac{1}{3}}$ через точку $P(\frac{8}{27}; \frac{2}{3})$; $Q(3; \frac{1}{3})$?

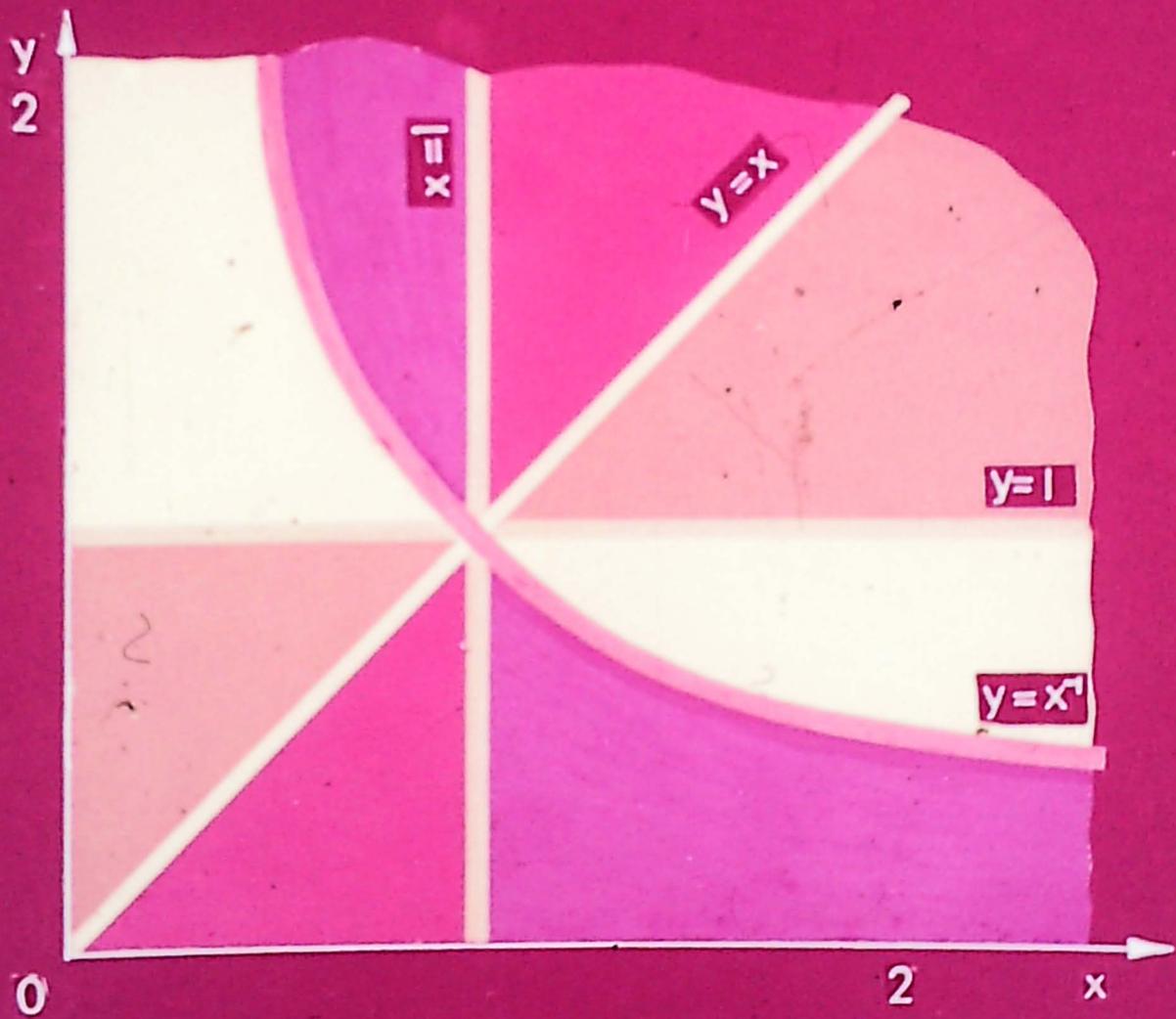


Проходит ли график функции $y = x^{-3}$ через точку $P(\frac{3}{2}; \frac{8}{27})$; $Q(\sqrt[3]{\frac{1}{3}}; 3)$?

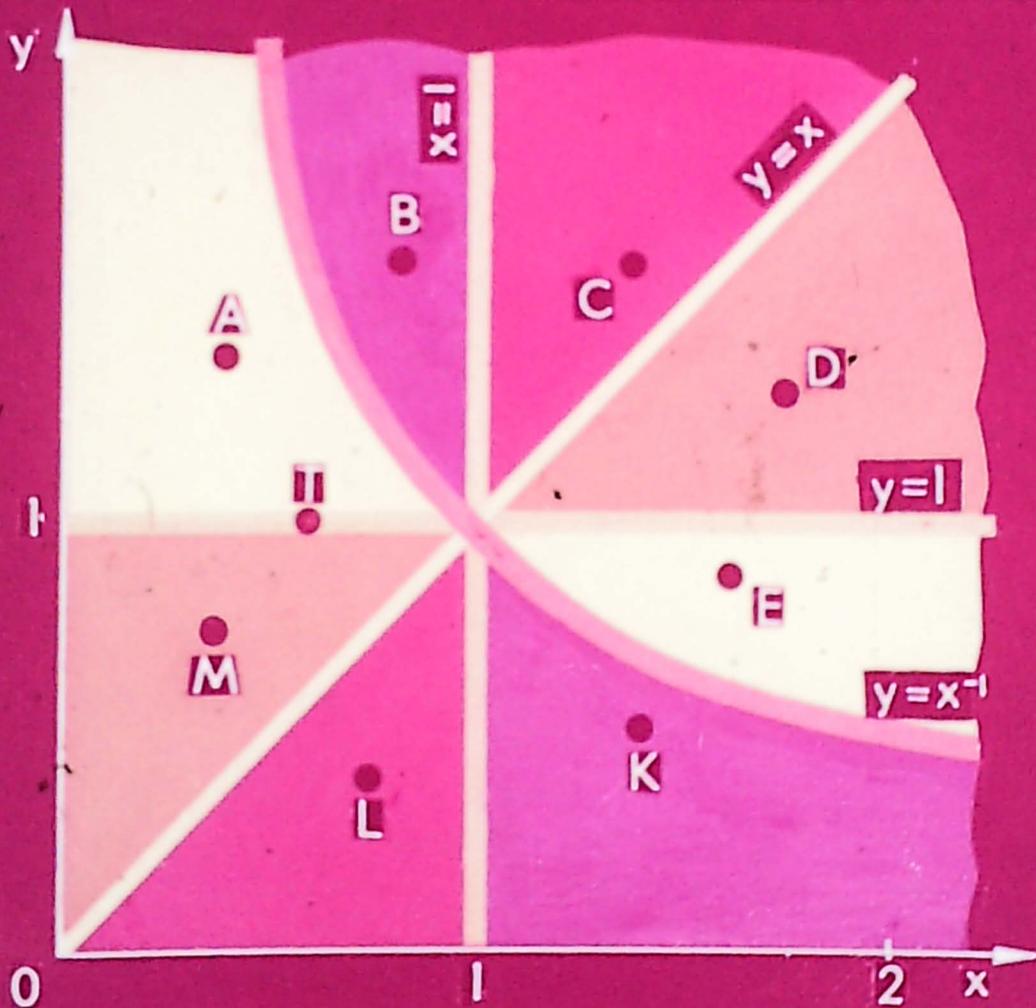


Как расположены точки $P(\frac{8}{27}, \frac{2}{3})$, $P'(\frac{2}{27}, \frac{8}{3})$ относительно прямой $y=x$? Точка $M(a, b)$ принадлежит графику функции $y=x^{-\frac{1}{3}}$. Принадлежит ли графику функции $y=x^{-3}$ точка $N(b, a)$? Как расположены графики этих функций относительно прямой $y=x$?



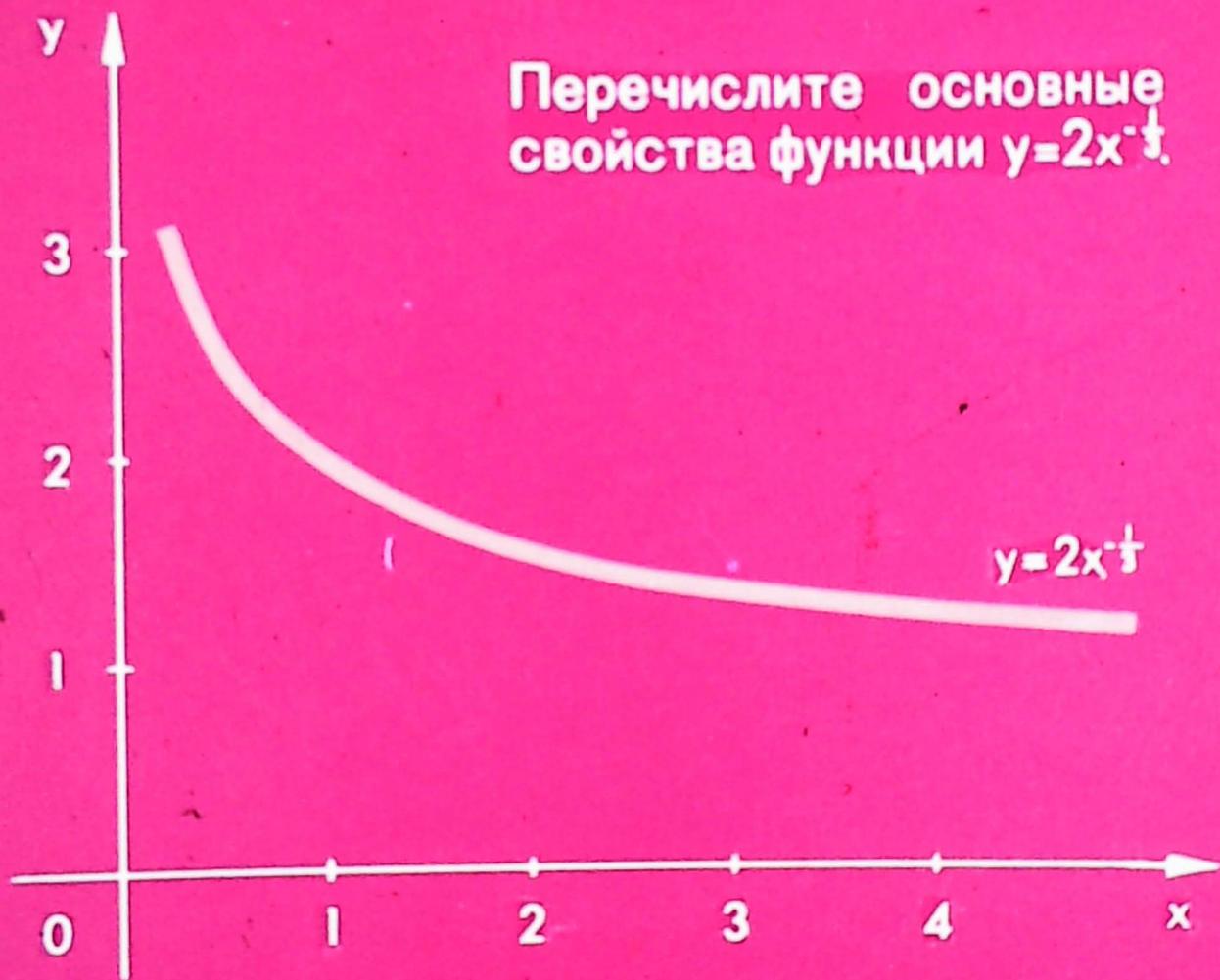


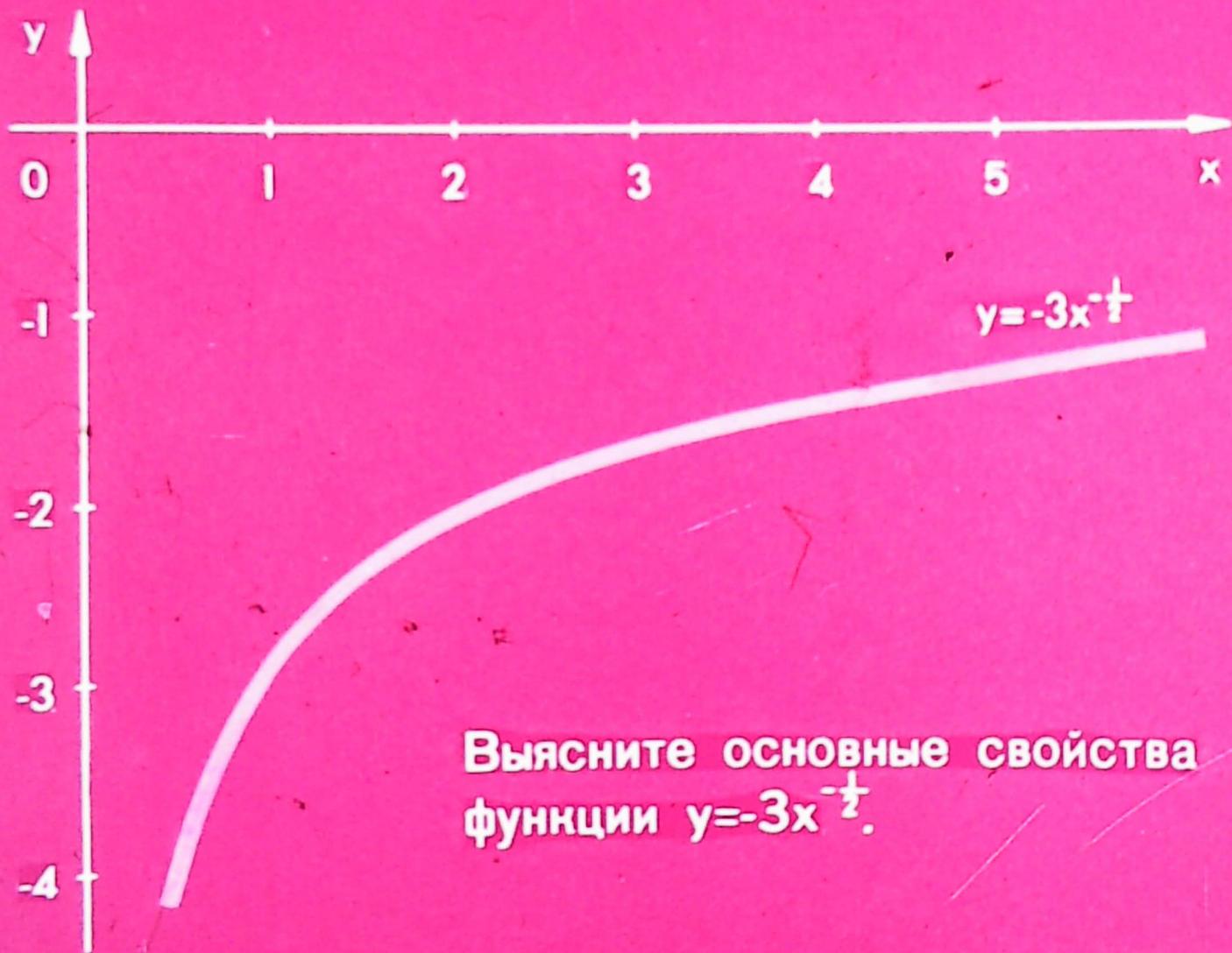
В какой области (синей или жёлтой?) расположен график функции $y=x^r$, если: а) $r < -1$; б) $-1 < r < 0$?



Наким может быть показатель r ($r < -1$; $-1 < r < 0$; $0 < r < 1$ или $r > 1$), если известно, что график функции $y = x^r$ проходит через точку A; B; C; D; E; K; L; M; T?

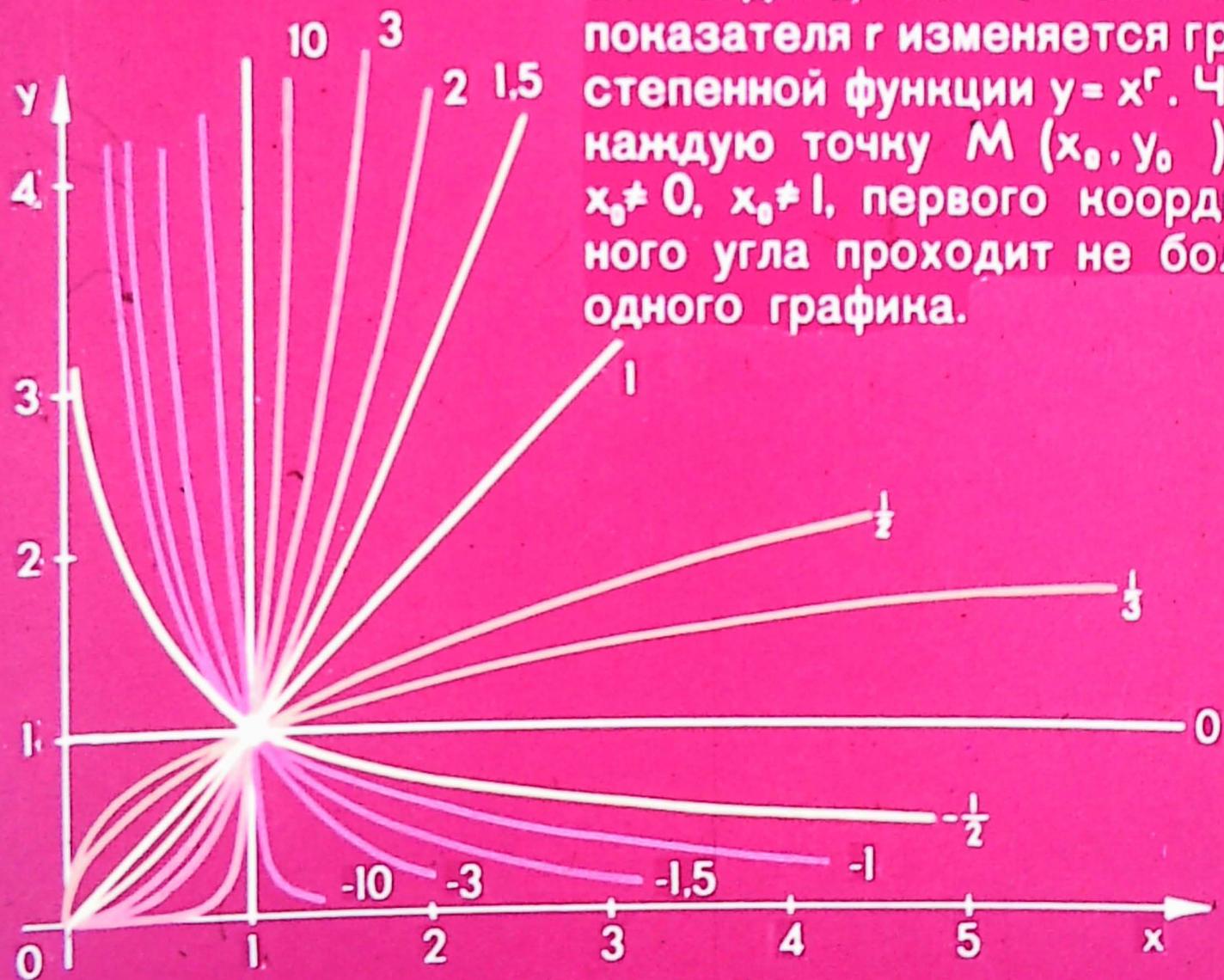
Перечислите основные свойства функции $y=2x^{-\frac{1}{2}}$.





Выясните основные свойства функции $y = -3x^{-\frac{1}{2}}$.

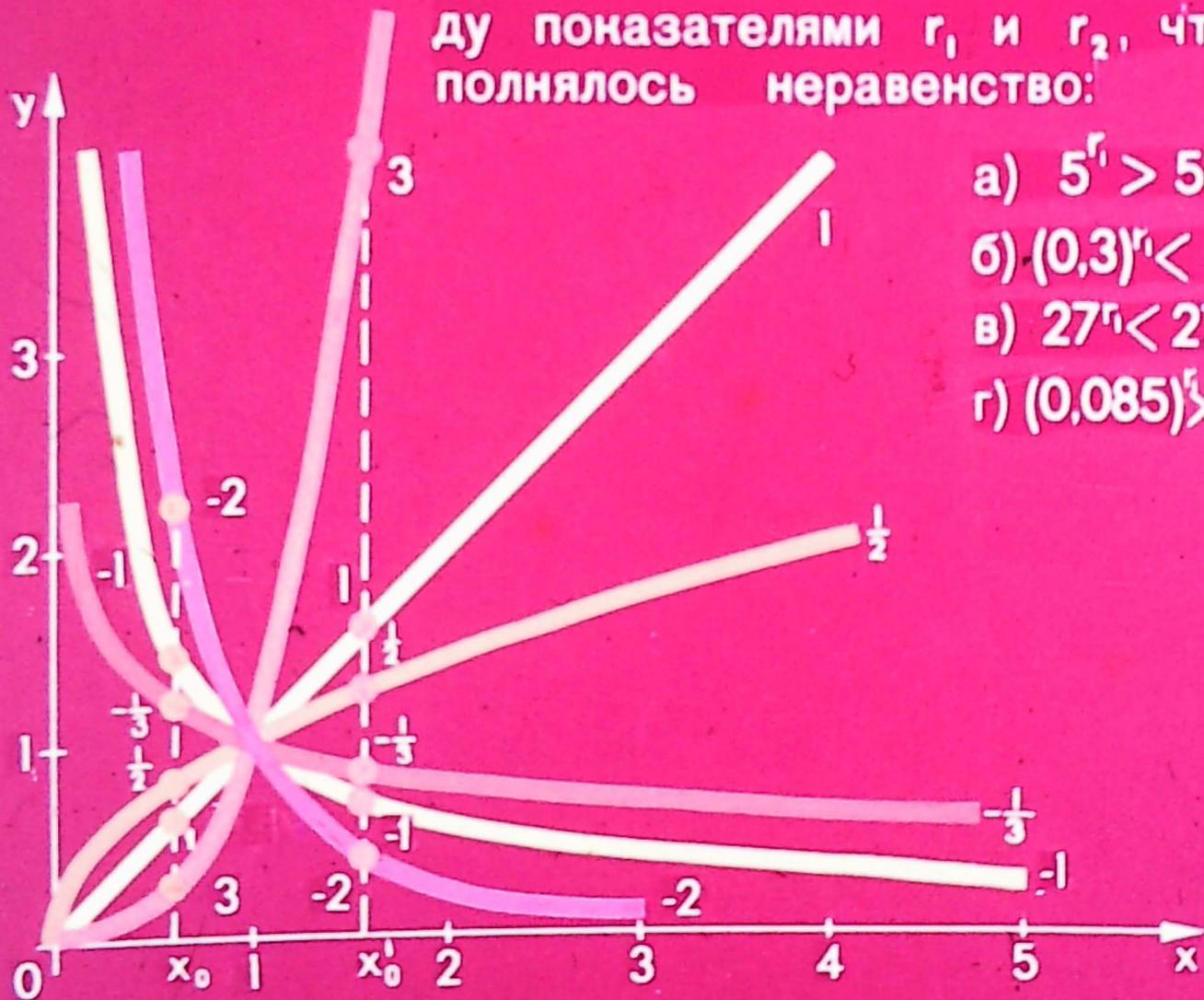
Вы видите, как с изменением показателя γ изменяется график степенной функции $y = x^\gamma$. Через каждую точку $M(x_0, y_0)$, где $x_0 \neq 0$, $x_0 \neq 1$, первого координатного угла проходит не больше одного графика.



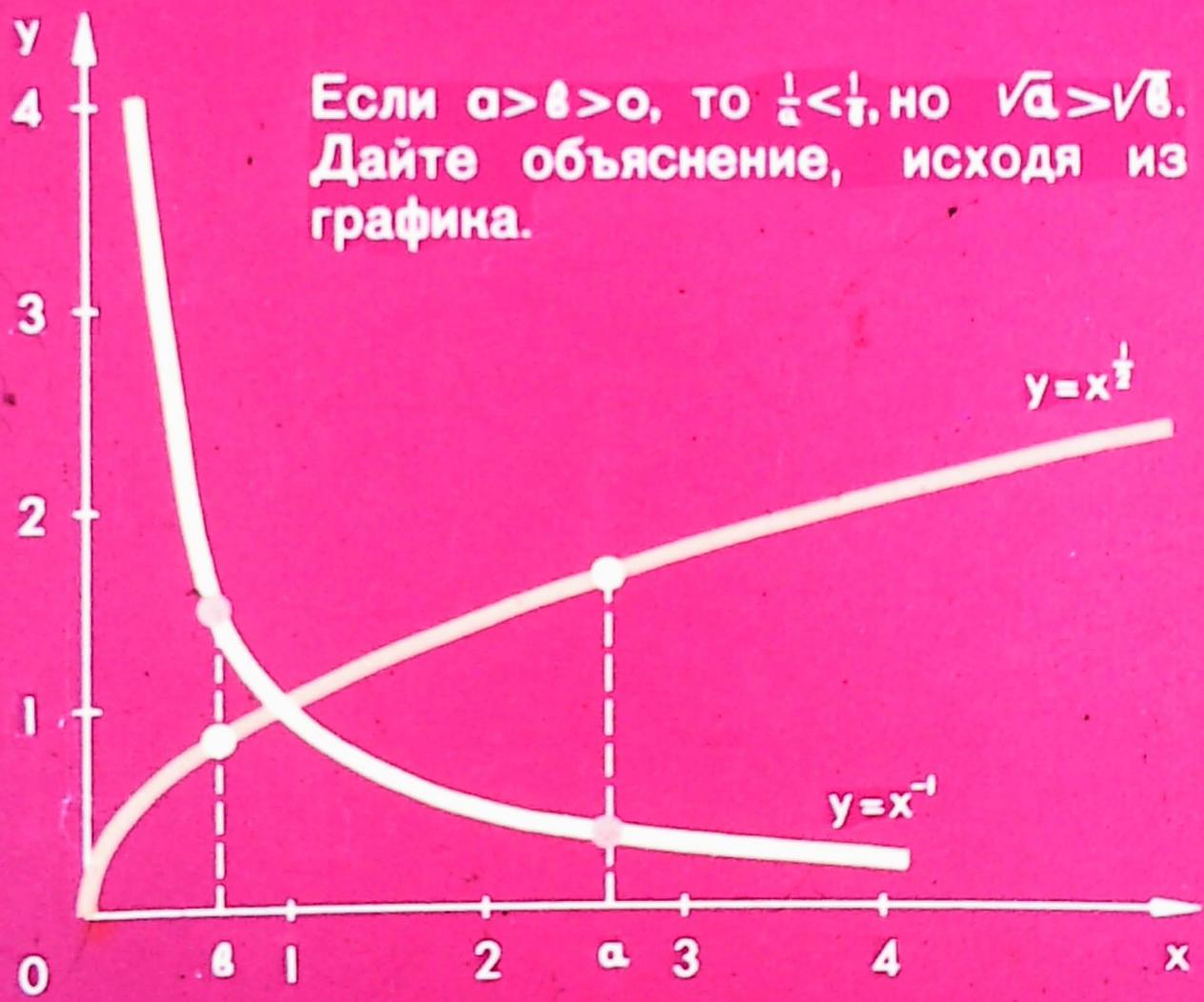
ЗАДАЧИ

Наким должно быть соотношение между показателями r_1 и r_2 , чтобы выполнялось неравенство:

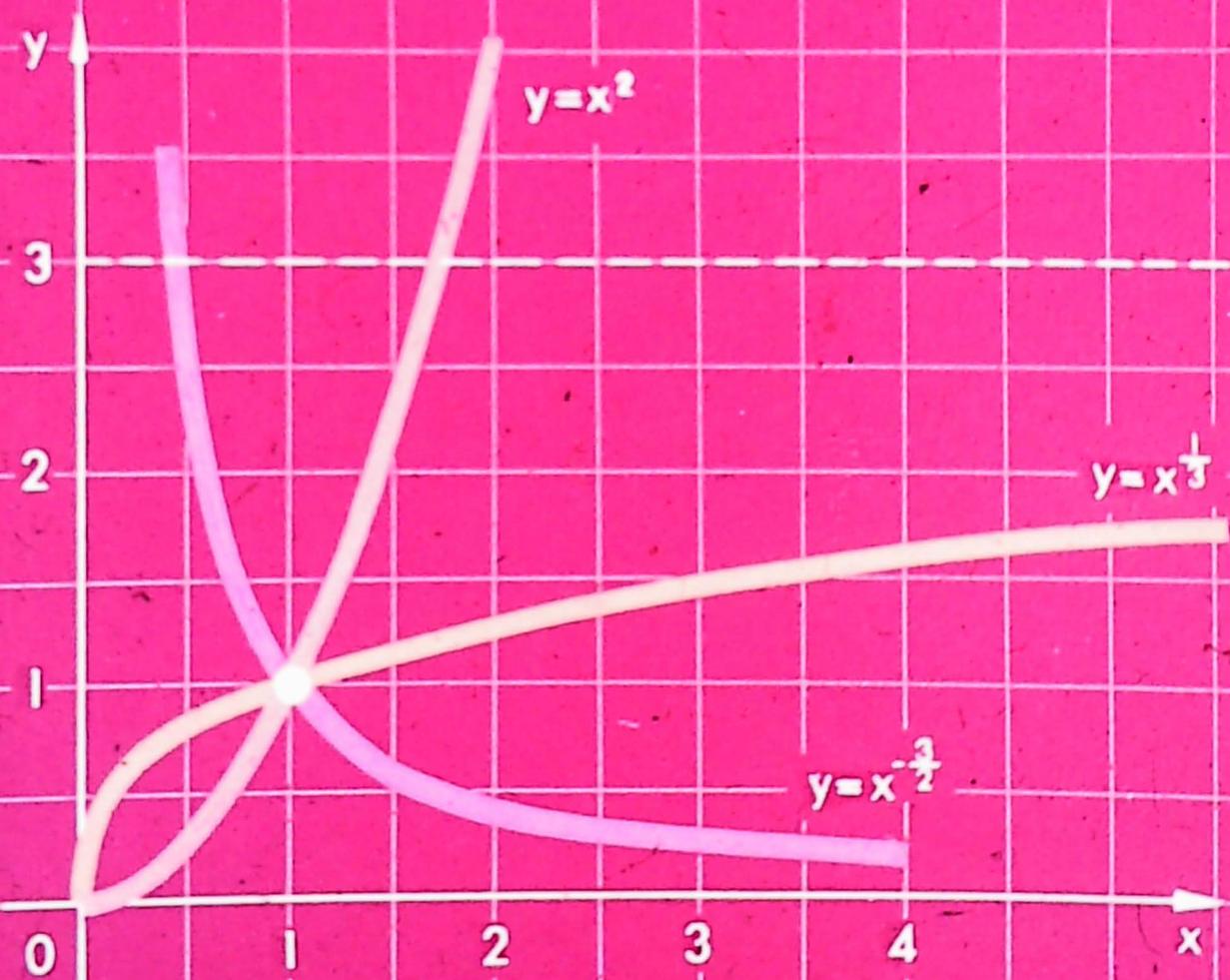
- а) $5^{r_1} > 5^{r_2}$;
- б) $(0,3)^{r_1} < (0,3)^{r_2}$;
- в) $27^{r_1} < 27^{r_2}$;
- г) $(0,085)^{r_1} > (0,085)^{r_2}$?



Если $a > b > 0$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$, но $\sqrt{a} > \sqrt{b}$.
Дайте объяснение, исходя из графика.







Почему уравнение $x^r=3$, где r нецелое число, имеет только одно решение?

КОНЕЦ

Автор Ю. Н. Макарычев
Чертежи и оформление С. Н. Рогова
Редактор Л. Б. Книжникова

Д-368-67

Студия „Диафильм“, 1967 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Цветной 0-30